Triângulo de Pascal

A disposição ordenada dos números binomiais, como na tabela abaixo, recebe o nome de **Triângulo de Pascal**.

$$\begin{array}{llllll}
\binom{0}{0} & & & & & \\
\binom{1}{0} & \binom{1}{1} & & & & \\
\binom{2}{0} & \binom{2}{1} & \binom{2}{2} & & & \\
\binom{3}{0} & \binom{3}{1} & \binom{3}{2} & \binom{3}{3} & & \\
\binom{4}{0} & \binom{4}{1} & \binom{4}{2} & \binom{4}{3} & \binom{4}{4} & \\
\ldots & & & & & \\
\binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \binom{n}{2} & \binom{n}{3} & \binom{n}{4} \ldots & \binom{n}{n} \\
\ldots & & & & &
\end{array}$$

Nesta tabela triangular, os números binomiais com o mesmo numerador são escritos na mesma linha e os de mesmo denominador, na mesma coluna.

Por exemplo, os números binomiais $\binom{3}{0}$, $\binom{3}{1}$, $\binom{3}{2}$ e $\binom{3}{3}$ estão na linha 3 e os números binomiais $\binom{1}{1}$, $\binom{2}{1}$, $\binom{3}{1}$, $\binom{4}{1}$, ..., $\binom{n}{1}$, ... estão na coluna 1.

Substituindo cada número binomial pelo seu respectivo valor, temos:

$$\begin{array}{lllllll}
1 & & & & & & \\
1 & 1 & & & & & \\
1 & 2 & 1 & & & & \\
1 & 3 & 3 & 1 & & & \\
1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & \\
1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & \\
1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \\
\ldots & & & & & &
\end{array}$$

Construção do triângulo de Pascal

Para construir o triângulo do Pascal, basta lembrar as seguintes propriedades dos números binomiais, não sendo necessário calculá-los:

1ª) Como $\binom{n}{0} = 1$, todos os elementos da coluna 0 são iguais a 1.

2ª) Como $\binom{n}{n} = 1$, o último elemento de cada linha é igual a 1.

3ª) Cada elemento do triângulo que não seja da coluna 0 nem o último de cada linha é igual à soma daquele que está na mesma coluna e linha anterior com o elemento que se situa à esquerda deste último (relação de Stifel).

Observe os passos e aplicação da relação de Stifel para a construção do triângulo: