Coeficiente angular

Chamamos de *coeficiente angular* da reta **r** o número real **m** tal que:

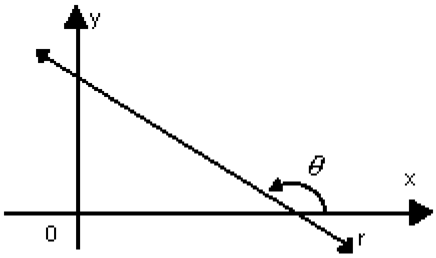
$$m = tg\ \theta \quad (\theta \neq 90^\circ)$$

O ângulo θ é orientado no sentido anti-horário e obtido a partir do semi-eixo positivo **Ox** até a reta **r**. Desse modo, temos sempre $0 \leq \theta < \pi$. Assim:

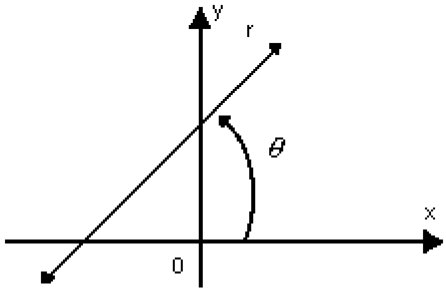
- para $0^\circ \leq \theta < 90^\circ, m > 0$ (a tangente é positiva no 1º quadrante)
- para $90^\circ < \theta < 180^\circ, m < 0$ (a tangente é negativa no 2º quadrante)

Exemplos:

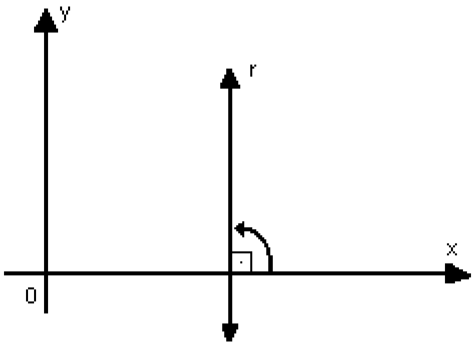
$a)\ 90^\circ < \theta < 180^\circ$, θ é obtuso



$b)\ 0^\circ < \theta < 90^\circ$, θ é agudo

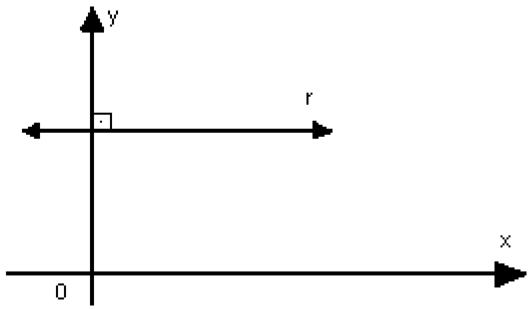


$c)\ \theta = 90^\circ$



$(\nexists m)$

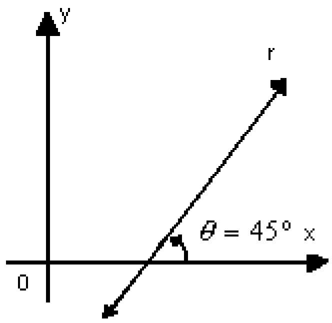
$d)\ \theta = 0°$



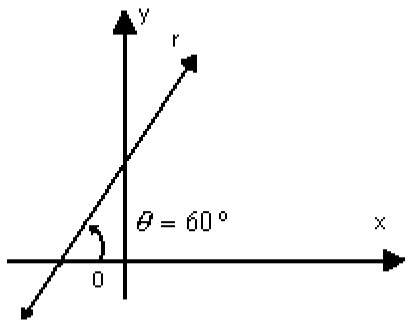
Determinação do coeficiente angular

Vamos considerar três casos:

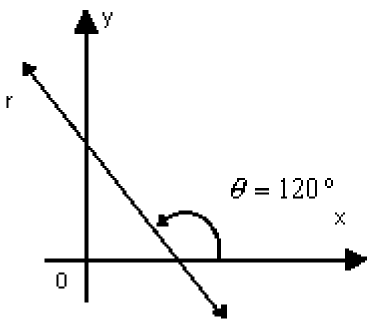
a) o ângulo θ é conhecido



$$\theta = 45° \Rightarrow m = tg45° = 1$$

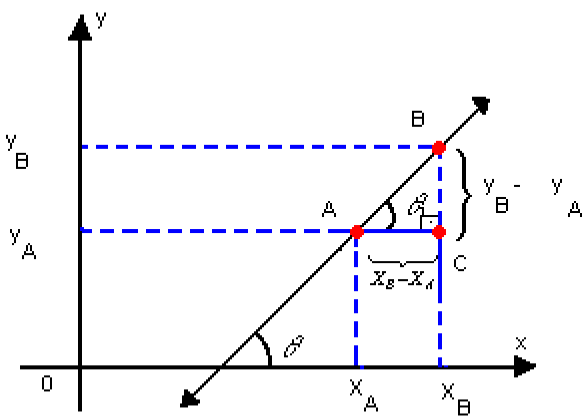


$$\theta = 60° \Rightarrow m = tg60° = \sqrt{3}$$



$$\theta = 120° \Rightarrow m = tg120° = -\sqrt{3}$$

b) as coordenadas de dois pontos distintos da reta são conhecidas: **A**(x_A, y_A) e **B**(x_B, y_B)



$$tg\,\theta_1 = \frac{CB}{AC} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$$

Como $\theta_1 = \theta$ (ângulos correspondentes) temos que $tg\,\theta_1 = \dfrac{y_B - y_A}{X_B - X_A}$.

Mas, m = tg θ Então:

$$m = \frac{y_B - y_A}{X_B - X_A}$$

Assim, o coeficiente angular da reta que passa, por exemplo, por **A**(2, -3) e **B**(-2, 5) é:

$$m = \frac{y_B - y_A}{X_B - X_A} = \frac{5-(-3)}{-2-2} = \frac{8}{-4} = -2$$

c) a equação geral da reta é conhecida

Se uma reta passa por dois pontos distintos **A**(X_A, Y_A) e **B**(X_B, Y_B), temos:

$$\begin{vmatrix} X & Y & 1 \\ X_A & Y_A & 1 \\ X_B & Y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Aplicando o Teorema de Laplace na 1ª linha, vem:

$$(Y_A - Y_B)x + (X_B - X_A)y + X_AY_A - X_BY_B = 0$$

Da equação geral da reta, temos:

$$\begin{cases} Y_A - Y_B = a \Rightarrow Y_B - Y_A = -a \\ X_B - X_A = b \end{cases}$$

Substituindo esses valores em $m = \dfrac{\overbrace{Y_B - Y_A}^{-a}}{\underbrace{X_B - X_A}_{b}}$, temos:

$$m = -\frac{a}{b}$$

Equação de uma reta r, conhecidos o coeficiente angular e um ponto de r

Seja **r** uma reta de coeficiente angular **m**. Sendo **P**(X_0, Y_0), P $\in$ r, e **Q**(x,y) um ponto qualquer de r(Q $\neq$ P), podemos escrever:

$$m = \frac{y - y_0}{X - X_0} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0)$$

Como exemplo, vamos determinar a equação geral da reta **r** que passa por **P**(1, 2), sendo m=3. Assim, temos X_0=1 e Y_0=2. Logo:

$$y-y_0=m(x-x_0)$$
$$y-2 = 3(x - 1)$$
$$y-2 = 3x - 3$$
$$3x - y - 1 = 0$$

que é a equação geral de **r**.